

**Шаповалова М.І.**

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

**Водка О.О.**

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

## КОМП'ЮТЕРНІ МЕТОДИ ПОБУДОВИ ПАРАМЕТРИЧНИХ СТАТИСТИЧНО ЕКВІВАЛЕНТНИХ МОДЕЛЕЙ МІКРОСТРУКТУРИ ВИСОКОМІЦНОГО ЧАВУНУ ДЛЯ АНАЛІЗУ ЙОГО ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК<sup>1</sup>

*Аналіз мікроструктури матеріалу є однією з важливих частин контролю якості виготовленої продукції. Дослідження мікроструктури дає змогу отримати інформацію про стан матеріалу з оцінкою зображення його структури і не потребує додаткового обладнання для проведення випробувань і створення зразка. В роботі проводиться аналіз чавуну з включеннями сфероїдального графіту. Цей матеріал знайшов широке застосування у машинобудуванні. Використання високоміцного чавуну під час виробництва відповідальних вузлів: осей підвіски, шатунів, зубчастих коліс, розподільних валів, елементів гальмування – сприяє зниженню енерговитрат і здеешевленню кінцевого продукту.*

*У роботі пропонуються комп'ютерні методи побудови параметричних статистично еквівалентних моделей мікроструктури чавуну з включенням графіту сфероїдальної форми. Аналізуються металографічні зображення матеріалу засобами бібліотеки комп'ютерного бачення OpenCV. Виявляються контури, що охоплюють графітові включення у фериті. Робиться припущення, що графіт має форму кола. Проводиться апроксимація показників дисперсії та математичного очікування радіусів для знаходження залежності розмірів включень від їхньої концентрації. Ця залежність дає змогу реалізувати генерацію статистично еквівалентної штучної мікроструктури чавуну. Для знаходження пружних характеристик матеріалу будується скінчено елементна модель. Для проведення обчислень вважається, що ферит – це ізотропний матеріал, а графіт – має гексагональну структуру кристалічної решітки. Напружений стан розглядається на основі плоских моделей.*

*Проводиться 200 чисельних експериментів для 17-ти значень різноманітних концентрацій включень. Отримані результати для пружних констант статистично усереднені, та встановлюються залежності коефіцієнта Пуассона, модуля пружності та зсуву від концентрації включень. Для оцінки достовірності отримані значення порівнюються з даними, отриманими за допомогою правила суміші. Результати застосування правила підтверджують коректність побудованих моделей. Однак верхня межа довірчого інтервалу перевищує верхню оцінку модуля пружності. Це пояснюється складністю реальних властивостей графіту, та неможливістю врахування орієнтації головних осей кристалів графіту, відповідно до правила суміші. Тому порівняння відбувається лише за середніми значеннями.*

**Ключові слова:** високоміцний чавун, мікроструктура, обробка зображень, метод скінчених елементів, властивості матеріалу.

**Постановка проблеми.** Використання матеріалів із складною внутрішньою будовою (різноманітні метали та сплави, композитні матеріали та ін.), потребують детального вивчення їх внутрішньої будови. Для розуміння поведінки конструкції під час експлуатації, необхідно знати механічні властивості матеріалу та граничні значення напружень, при яких можлива безвідмовна

робота. Оцінюючи внутрішню структуру зразка на мікрорівні, широко використовується метод аналізу зображення мікроструктури. Одним з матеріалів, який знайшов застосування у машинобудуванні є високоміцний чавун. Його використовують у відповідальних вузлах, таких як: зубчасті колеса, коробка передач, важелі підвіски та ін. Основною особливістю такого чавуну є відносно проста мікроструктура. На рис. 1 наведено мікроструктуру високоміцного чавуну, що має феритну основу з включенням зернистого графіту, згрупованого у сферичну форму.

<sup>1</sup> Робота виконана за підтримки МОН України в межах реалізації науково-дослідної роботи «Розроблення методів математичного моделювання поведінки нових і композиційних матеріалів для оцінки ресурсу та прогнозування надійності елементів конструкцій» (№ ДР 0117U004969).

Відомі декілька основних підходів аналізу макроструктури матеріалу. До першої групи [1–6] належать експериментальні чи прямі дослідження. Для них необхідно створити зразок шляхом попередньої обробки та провести експеримент із прикладанням механічного навантаження [4–6], температури [1–2] чи інших зовнішніх факторів. За результатами експериментів аналізуються показники міцності, пружності, пластичності та робиться висновок, який вплив має відповідна мікроструктура на: розвиток тріщини [1], фазовий склад [2], твердість досліджуваного зразка [6].

Другу групу досліджень [7–13] об'єднує застосування технологій комп'ютерного бачення. Розпізнавання образів зображення використовують для: класифікації структури за відповідними ознаками [7; 10]; оцінки кількості дефектів (вироджених графітових вузликів [8]); сегментації складних мікроструктур [11], знаходження розмірів частинок і розподілу їх на площині, а також застосовуються як вхідні дані для тренування нейронних мереж для прогнозування властивостей матеріалу відповідно до зображення його мікроструктури [12–13].

Як ще один напрям аналізу варто відмітити роботи [14–18], що пропонують моделювати досліджувану мікроструктуру засобами методу скінче-

них елементів. Однак геометрія структури часто переноситься у скінченну модель повністю із зображення чи занадто спрощується, що обмежує застосування методу лише відповідною концентрацією та характером розміщення включень.

У роботі пропонується створити методика для досліджень мікроструктури без додаткового проведення натурного експерименту, використати переваги комп'ютерного бачення для розпізнавання мікроструктури. Запропонована методика спирається на генерацію статистично еквівалентної геометрії мікроструктури, не прив'язуючись до конкретного зображення. Включає аналіз напружено деформованого стану та еквівалентних пружних констант методом скінчених елементів.

Постановка завдання. За вихідні дані у роботі беруться зображення мікроструктури високоміцного чавуну із ГОСТ (рис. 2) [19]. Розглянуто п'ять випадків концентрації шаровидного графіту у матеріалі: ШГ2 (2%), ШГ4 (4%), ШГ6 (6%), ШГ10 (10%), ШГ12 (12%), для виявлення залежності параметрів міцності досліджуваного матеріалу від концентрації і розмірів включень графіту.

Робота передбачає моделювання структури високоміцного чавуну синтетичним шляхом, опираючись на дійсні зображення його мікроструктури. Необхідно враховувати можливість випадкового

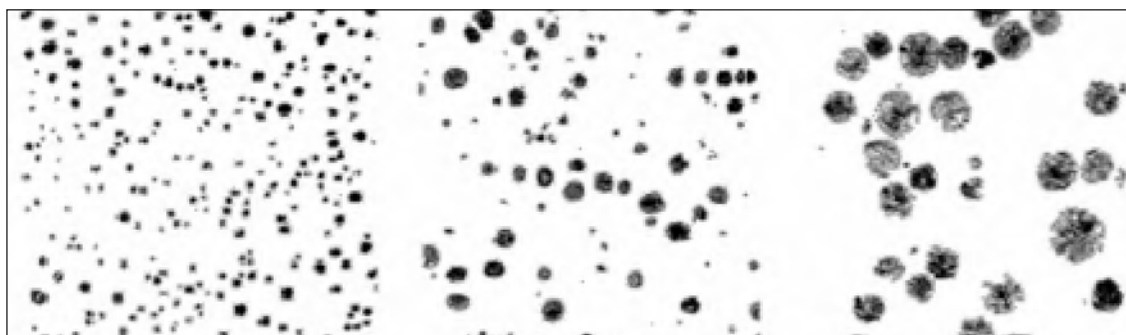


Рис. 1. Види мікроструктури високоміцного чавуну [19]

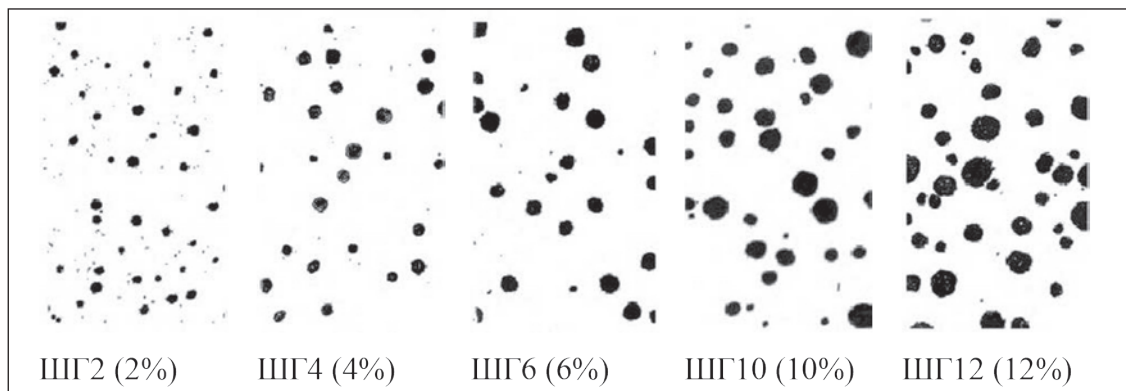


Рис. 2. Мікроструктура високоміцного чавуну [19]

розташування включень на площині, та розглянути можливість варіації їх концентрації в залежності від розмірів графіту. Визначити пружні властивості досліджуваного матеріалу шляхом моделювання скінчено елементної моделі. Отримати характеристики модуля пружності, зсуву та коефіцієнта Пуассона, як функції концентрації включень.

**Обробка зображень.** Обробка зображень мікроструктури реалізується на високорівневій мові програмування Python з використанням бібліотеки комп'ютерного бачення OpenCV. Алгоритм обробки зображень включає поступові кроки. На першому кроці зроблена бінаризація – заміна вхідного три-канального кольорового зображення чорно-білим. Виявлені порогові значення та реалізовано приведення кожного пікселя до відповідного кольору. Далі проводиться операція розмиття (blurring) та морфологічні перетворення ерозії (opening) та дилатації (closing). Набір цих операцій дозволяє позбутись шумів та виконати фільтрацію зображення мікроструктури чавуну, для видалення невеличких темних плям графіту у фериті, та навпаки, закриття світлих отворів у графіті. Результати обробки вхідних зображень наведено на рис. 3.

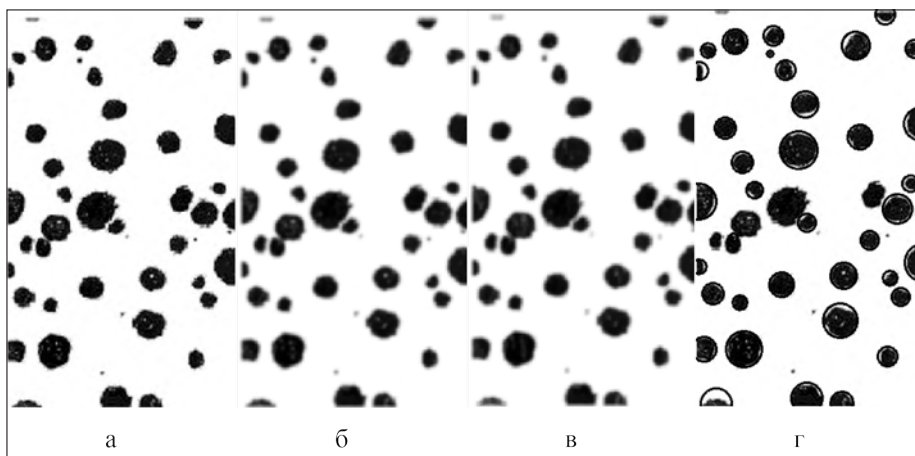
Наступний крок аналізу зображень полягає у виявленні границь переходу від одного типу матеріалу до іншого. Популярним алгоритмом для вирішення цієї проблеми виступає – Canny Edge Detection, багатоступінчатий алгоритм бібліотеки OpenCV [20]. Він поєднує у собі декілька кроків: зменшення шуму, пошук градієнта інтенсивності зображення, немаксимальне придушення (тобто перевірка кожного пікселя зображення на локальний максимум у напрямку градієнта), поріг гісте-

резису (виявляє «впевнені границі» та відкидає не допустимі ребра). У OpenCV зазначений алгоритм реалізовано у функції cv2.Canny(), аргументами якої виступають вхідне зображення, мінімальне та максимальне значення порогу, та розмір ядра Собеля, який використовується для пошуку градієнтів зображення [21].

Під час дослідження мікроструктури високоміцного чавуну робиться припущення, що графітні включення мають форму кола, тому пошук охопленого контуру здійснювався за допомогою функції minEnclosingCircle (коло мінімального розміру, що повністю оточує об'єкт). Для кожної такої ділянки розраховується площа та знаходиться центр мас, який, у свою чергу, приймається за центр знайденого кола. Результат знаходження контуру, що відділяє включення графіту, зображений на рис. 3, г.

Генерація статистично еквівалентної мікроструктури шаровидного чавуну можлива завдяки встановленню залежності розмірів включень від їх концентрації. Для кожного випадку концентрації отримано дані щодо кількості та розмірів включень графіту на площині. Розраховано середнє значення та розкид випадкової величини відносно її математичного очікування.

За наявності даних математичного очікування, дисперсії радіусів включень та про їхню кількість на одиницю площини описується функція залежності розміру включень від концентрації. Використовуючи модуль optimize.curve\_fit бібліотеки SciPy проводиться апроксимація. Через коефіцієнти апроксимації вищезазначені показники функцій концентрації набувають вигляду (1). Графік залежності математичного очікування радіусів  $M[R]$  та їхня дисперсія



**Рис. 3. Обробка зображень мікроструктури чавуну:**  
а – вхідне зображення; б – процедура розмиття;  
в – морфологічні перетворення; г – визначені контури включень

$D[R]$  наведено на рис. 4. Щільність розподілу графіту залежно від розміру радіуса включень та їхньої концентрації на площині зображено на рис. 5.

$$M[R] = 18,308 \cdot (\psi - 0,048)^{0,123};$$

$$\sqrt{D[R]} = 9,683 \cdot (\psi - 0,045)^{0,314} \quad (1)$$

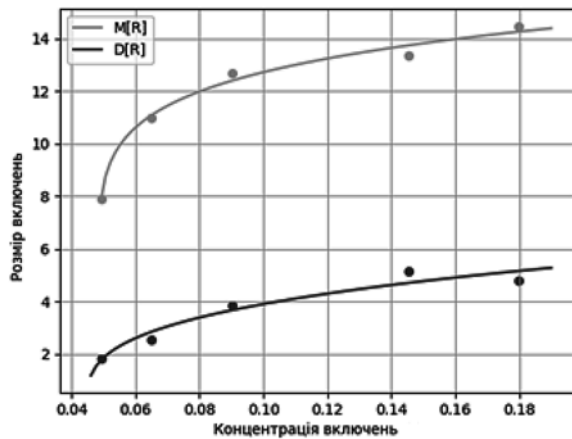


Рис. 4. Залежність розміру включень від їх концентрації

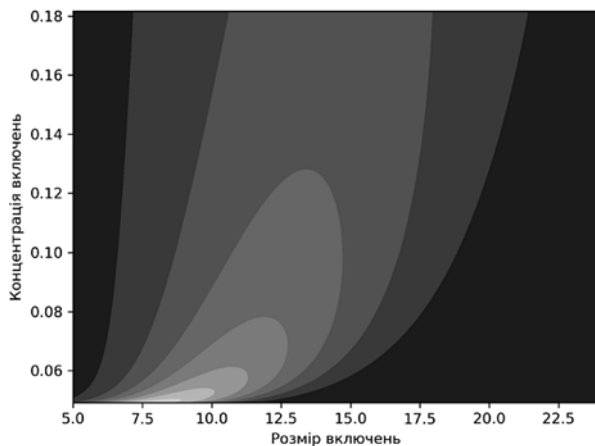


Рис. 5. Щільність розподілу включень графіту

Для підтвердження якості запропонованої апроксимації розраховується коефіцієнт детермінації. Для математичного очікування радіусів включень:  $R^2_M = 0.988$ , для дисперсії –  $R^2_D = 0.943$ , це свідчить про достатньо високу якість запропонованої моделі.

#### Генерація статистично еквівалентної штучної мікроструктури.

Для генерації штучної мікроструктури шаровидного чавуну робиться припущення, що характер включень підкорюється нормальному закону розподілу випадкової величини (2). Засобами бібліотеки NumPy реалізується алгоритм випадкової генерації радіусів включень методом numpy.random.normal. Як параметри функції виступають: математичне очікування та дисперсія радіусів згідно з формулою (1).

$$f(R) = \frac{1}{D[R]\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(R-M[R])^2}{2D[R]^2}}, \quad (2)$$

де  $R$  – радіус включень;  $M[R]$  – математичне очікування розмірів включень;  $D[R]$  – дисперсія радіусів включень графіту.

Запропонована схема формує радіуси включень графіту випадковим шляхом до тих пір, поки їх сумарна площа, поділена на задану площу зображення, менша за бажану концентрацію (3). Кількість таких радіусів  $N$ , визначається згідно з (4), де  $N$  – кількість радіусів  $R$ ;  $\psi$  – бажана концентрація графіту у чавуні;  $S$  – загальна площа досліджуваної мікроструктури;  $M[R]$  – математичне очікування розмірів включень.

$$\sum_N \frac{\pi \cdot R^2}{S} < \psi, \quad (3)$$

$$N = \frac{\psi \cdot S}{\pi \cdot M[R]^2}, \quad (4)$$

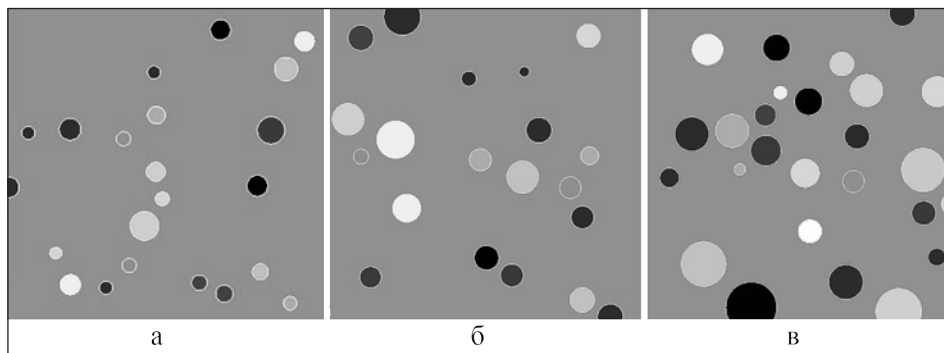


Рис. 6. Штучно змодельована мікроструктура високоміцного чавуну з відповідною концентрацією: а –  $\psi = 0,054$ ; б –  $\psi = 0,1$ ; в –  $\psi = 0,1854$  долі концентрації

Розміщення радіусів на площині модельованої мікроструктури чавуну відбуваються також випадково, та реалізується функцією рівномірного розподілу величини – `numpy.random.uniform`. У ролі параметрів виступають заздалегідь задані розміри зображення. Однак вводяться обмеження, стосовно яких не дозволяється перетин кіл графіту, та заборона дотичності радіусів до контуру мікроструктури. Перше обмеження обумовлене фізикою формування зерен графіту, а друге – технологією подальшого обчислення. Результат штучної генерації мікроструктури шаровидного графіту зображено на рис. 6.

**Скінчено елементна модель.** Побудова скінчено елементної моделі основана на геометрії (рис. 6), отриманої після штучної генерації мікроструктури чавуну. Для побудови скінчено елементної сітки використовується двомірний 8-вузловий скінченний елемент з двома степенями свободи у кожному вузлі. Результат розбиття на сітку скінченних елементів зображено на рис. 7. Для проведення обчислень вважається, що ферит – це ізотропний матеріал, у табл. 1 наведені його механічні властивості, тоді як графіт – має гексагональну структуру кристалічної решітки, відповідні пружні константи наведено у табл. 2.

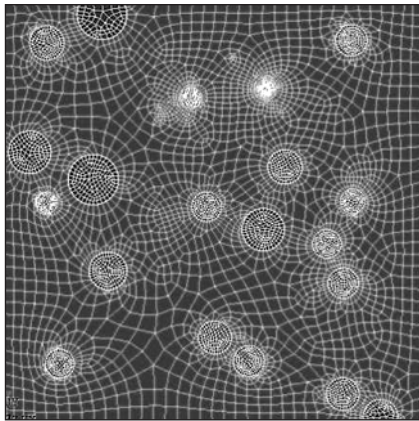


Рис. 7. Скінчено-елементна модель мікроструктури чавуну для випадку концентрації включень 0,1 долі

Таблиця 1

Властивості матеріалу фериту

E, GPa	ν
210	0.3

Таблиця 2

Властивості матеріалу графіту

$E_x, E_z$ , GPa	$E_y$ , GPa	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{zx}$	$G_{xy}, G_{xz}$ , GPa	$G_{yz}$ , GPa
1025	36	0.34	0.012	0.16	0.18	4.35

Виходячи на макрорівень, структурні елементи вважаються однорідними анізотропними матеріалами з усередненими пружними характеристиками. Фізичні залежності анізотропного матеріалу у загальному випадку анізотропії мають вигляд (5).

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = A_{ijkl} \langle \sigma_{kl} \rangle, \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3), \quad (5)$$

де  $A_{ijkl}$  – пружні константи еквівалентного однорідного матеріалу;  $\langle \sigma_{ij} \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$  – середнє значення деформації та деформація, визначена як інтеграл по об'єму (6).

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV; \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV. \quad (6)$$

У більшості випадків структура досліджуваного матеріалу має відповідну симетрію, тому усереднення пружних властивостей дозволяє розглядати такий матеріал, як ортотропний. У випадку, коли у координатних площинах прийнята система координат паралельна площинам симетрії пружних властивостей ортотропного матеріалу, закон Гука можна представити у матричній формі (7) [17].

$$\begin{bmatrix} \langle \varepsilon_x \rangle \\ \langle \varepsilon_y \rangle \\ \langle \varepsilon_z \rangle \\ \langle \gamma_{xy} \rangle \\ \langle \gamma_{yz} \rangle \\ \langle \gamma_{zx} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \langle \sigma_x \rangle \\ \langle \sigma_y \rangle \\ \langle \sigma_z \rangle \\ \langle \sigma_{xy} \rangle \\ \langle \sigma_{yz} \rangle \\ \langle \sigma_{zx} \rangle \end{bmatrix}. \quad (7)$$

У технічних програмах часто використовують такі позначення:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_x}; \quad a_{22} = \frac{1}{E_y}; \quad a_{33} = \frac{1}{E_z}; \quad a_{12} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}; \\ a_{13} &= -\frac{\nu_{zx}}{E_z} = -\frac{\nu_{xz}}{E_x}; \quad a_{23} = -\frac{\nu_{yz}}{E_z} = -\frac{\nu_{zy}}{E_y}; \\ a_{44} &= \frac{1}{G_{xy}}; \quad a_{55} = \frac{1}{G_{yz}}; \quad a_{66} = \frac{1}{G_{zx}}. \end{aligned} \quad (8)$$

де  $E_x, E_y, E_z$  – модуль Юнга;  $\nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{zx}$  – коефіцієнт Пуасона;  $G_{xy}, G_{yz}, G_{zx}$  – модуль зсуву.

За досліджуваний зразок беруться плоскі штучно змодельовані зображення мікроструктури чавуну, тому правильним буде розраховувати напружений стан на основі плоских моделей. Тому модернізуємо формулу (7) для випадку напруженого стану площини. Тоді закон Гука, записаний через константи (8) прийме вигляд (9):

$$\begin{bmatrix} \langle \varepsilon_{xx} \rangle \\ \langle \varepsilon_{yy} \rangle \\ \langle 2\varepsilon_{xy} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \sigma_{xx} \rangle \\ \langle \sigma_{yy} \rangle \\ \langle \sigma_{xy} \rangle \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Отримано симетричну матрицю, для знаходження всіх констант необхідно виконати чотири числові експерименти. На рис. 8 зображена схема навантаження моделі, результати якої дозволяють створити систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнта Пуассона, модуля пружності та зсуву.

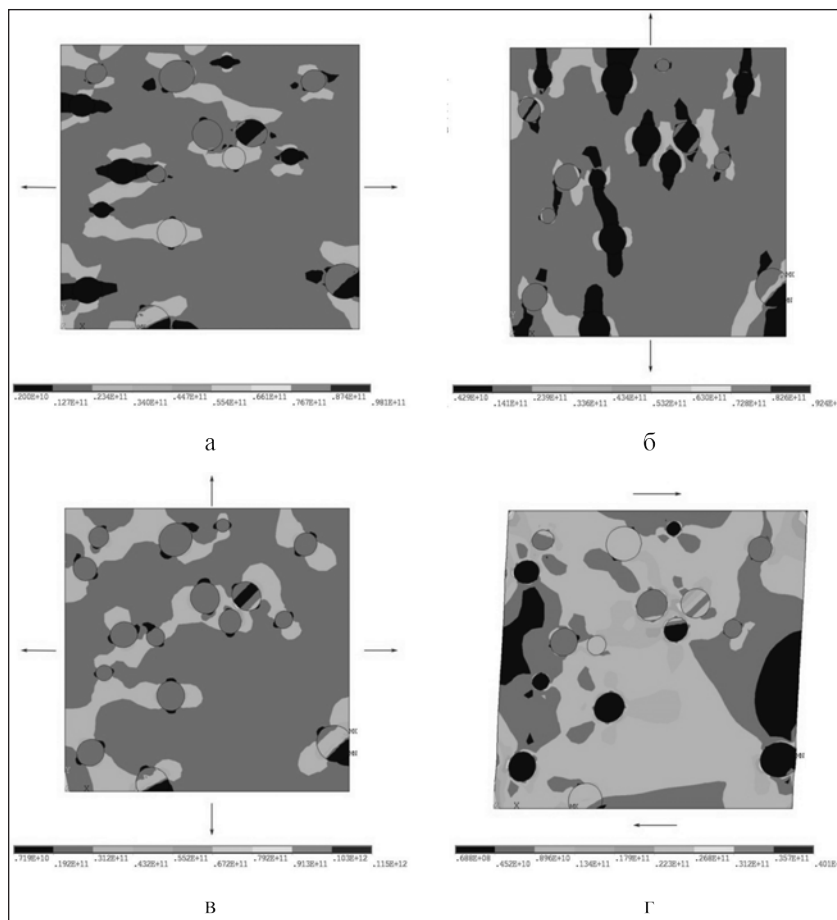
**Результати дослідження мікроструктури чавуну.** На рис. 8 зображені результати напружено деформованого стану мікроструктури високоміцного чавуну із включенням сферичного графіту за чотирма видами навантаження. Вважаючи орієнтацію включень довільною, необхідно проводити серію числових експериментів, для отримання пружних констант.

Не маючи точних даних, відносно напрямленості включень, прийнято рішення застосовувати метод Монте-Карло, для визначення можливих варіантів напруженого стану. У рамках цього методу орієнтація кристалів вважається випадковою. Було проведено 200 чисельних експериментів для 17-ти значень різноманітних концентрацій включень. Отримані результати для пружних констант статистично усереднюються, та встановлюються залежності коефіцієнта Пуассона, модуля пружності та зсуву від концентрації включень (рис. 9). Як довірчий інтервал для розрахункових даних береться залежність (10), що для нормального розподілу випадкової величини відповідає 99,7% вірогідності потрапляння результатів до вказаної ділянки.

$$\alpha = M \pm 3 \cdot \sqrt{D}, \quad (10)$$

де  $M$  та  $D$  – математичне очікування та дисперсія відповідних пружних констант.

Для апроксимації функції результатів залежності характеристик матеріалу генерованої мікро-



**Рис. 8.** Еквівалентні напруження фон Мізеса в мікроструктурі при різних видах навантажень: а – розтягнення вздовж X; б – розтягнення вздовж Y; в – розтягнення вздовж X і Y; г – зсув в площині XY

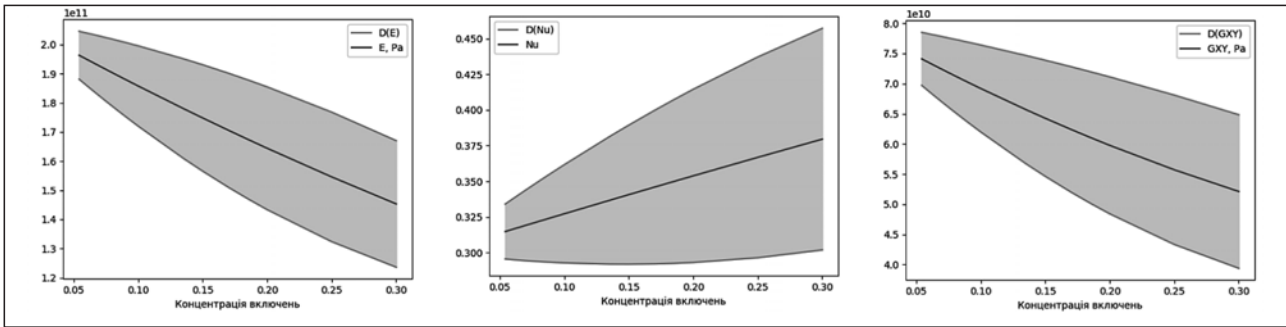


Рис. 9. Залежність пружних характеристик матеріалу від концентрації включень: а – модуль пружності  $E(\psi)$ ; б – коефіцієнт Пуассона  $\nu(\psi)$ ; в – модуль зсуву  $G(\psi)$

Таблиця 3

Поліноміальні коефіцієнти для залежності характеристики матеріалу від концентрації включень

	$P_2$	$P_1$	$P_0$
$M[E(\psi)]$	$1.1377 \cdot 10^{11}$	$-2.4781 \cdot 10^{11}$	$2.0942 \cdot 10^{11}$
$M[\nu(\psi)]$	-0.0429	0.2786	0.2998
$M[G(\psi)]$	$8.8999 \cdot 10^{10}$	$-1.2099 \cdot 10^{11}$	$8.0398 \cdot 10^{10}$
$\sqrt{D[E(\psi)]}$	$-1.1078 \cdot 10^{11}$	$5.7541 \cdot 10^{10}$	$-5.7803 \cdot 10^7$
$\sqrt{D[\nu(\psi)]}$	-0.1555	0.1343	$-4.0715 \cdot 10^{-4}$
$\sqrt{D[G(\psi)]}$	$-4.6023 \cdot 10^{10}$	$2.7608 \cdot 10^{10}$	$1.0091 \cdot 10^8$

структури чавуну від включень графіту (рис. 9), використовується метод Polyfit бібліотеки NumPy. Параметрами функції виступають вектори концентрації  $\psi$  в діапазоні [0.054, 0.3], та відповідної усередненої характеристики матеріалу. Для даної задачі мінімізується поліном 2-го ступеню виду (11). Знайдені поліноміальні коефіцієнти для математичного очікування та середньо квадратичного відхилення усереднених характеристик наведені у табл. 3.

$$p(x) = p_0 \cdot x^2 + p_1 \cdot x + p_2, \quad (11)$$

Усереднені результати за двомастами чисельними експериментами для модуля пружності, коефіцієнта Пуассона та модуля зсуву для 17-ти концентрацій включень графіту наведено в табл. 4.

Для оцінки достовірності, отримані результати порівнювались із результатами отриманими за допомогою правила суміші (12). Такий підхід дає можливість визначити оцінку верхньої та нижньої межі модуля пружності. Ці оцінки відповідають паралельним і перпендикулярним структурним елементам (рис. 10). З аналізу отриманих результатів видно, що математичне очікування еквівалентного модуля пружності знаходиться між верхньою

Таблиця 4

Пружні характеристики досліджуваного матеріалу

№	$\psi$	E, GPa	$\nu$	G, GPa
1	0.054	196.27	0.315	74.20
2	0.057	195.96	0.317	73.50
3	0.060	194.94	0.317	73.60
4	0.065	193.78	0.318	72.90
5	0.070	192.27	0.318	72.20
6	0.075	191.34	0.320	71.80
7	0.080	189.97	0.321	71.30
8	0.085	189.27	0.325	70.80
9	0.090	188.49	0.325	70.20
10	0.100	186.09	0.327	69.00
11	0.135	177.51	0.336	65.90
12	0.150	174.88	0.343	64.60
13	0.170	170.88	0.345	62.30
14	0.185	167.20	0.351	60.90
15	0.200	164.44	0.352	59.70
16	0.250	154.53	0.368	55.30
17	0.300	145.35	0.379	52.40

та нижньою границею оцінки за правилом суміші, що підтверджує коректність побудованих моделей. Однак із рис. 10 добре видно, що верхня межа довірчого інтервалу перевищує верхню оцінку

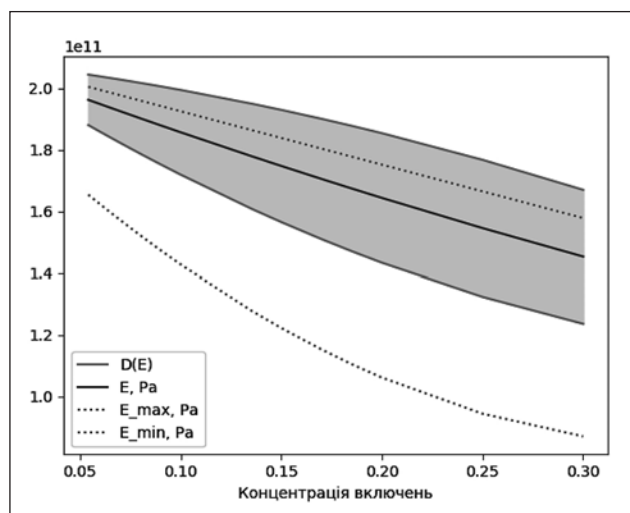


Рис. 10. Верхня та нижня межі модуля пружності генерованої мікроструктури

модуля пружності. Це пояснюється тим, що правило суміші не враховує випадкову орієнтацію головних осей кристалів графіту, а порівняння можливе лише за середніми значеннями. Також це пояснюється тим, що реальні властивості графіту набагато складніші за ізотропні, що передбачає правило суміші.

$$E_{max} = \psi \cdot E_g + (1 - \psi) \cdot E_f;$$

$$E_{min} = \left( \frac{\psi}{E_g} + \frac{1 - \psi}{E_f} \right)^{-1}, \quad (12)$$

де  $\psi$  – концентрації в діапазоні  $[0.054, 0.3]$ ;  $E_g$  – модуль пружності графіту;  $E_f$  – модуль пружності фериту.

**Висновки.** Під час роботи створено алгоритм дослідження пружних механічних властивостей високоміцного чавуну. Проведено розпізнавання сфероїдальних включень графіту на мікроструктурних зображеннях. Отримано залежності розмірів включень від їхньої концентрації та запропоновано методику штучної генерації мікроструктури чавуну. Проведено скінчено елементний аналіз створеної структурної моделі, отримані формули визначення модуля пружності, коефіцієнта Пуассона та модуля зсуву. Побудовано залежності пружних характеристик від вмісту включень графіту. Для оцінки результатів застосували правило суміші до усереднених показників модуля пружності. Спостерігається схожість форми та характеру верхньої та нижньої меж очікуваних та отриманих вимірювань. Результати чисельного моделювання показали добре співвідношення розрахункових значень коефіцієнта Пуассона, модуля пружності та зсуву з довідковими даними.

#### Список літератури:

1. Sikoraab P., Elrahmanac M., Chunga S.-Y., Cendrowskid K., Mijowskad E., Stephana D. Mechanical and microstructural properties of cement pastes containing carbon nanotubes and carbon nanotube-silica core-shell structures, exposed to elevated temperature. *Cement and Concrete Composites*. January 2019. № 95. P. 193–204.
2. Salinas A., Celentano D., Carvajal L., Artigas A., Monsalve A. Microstructure-based constitutive modelling of low-alloy multiphase TRIP steels. *Metals*. 2019. №: 9 (2). P. 250.
3. Xu H., Zhu M., Marcicki J., Yang X. G., Mechanical modeling of battery separator based on microstructure image analysis and stochastic characterization. *J. Power Sources*. March. 2017. № 345. P. 137–145.
4. Seungwoo S., Lee Y.H., Choi D.-W., Cho K.-R., Shin S.M., Lee Y., Kang S.-H., Lee Z. Investigation of the microstructure of laser-arc hybrid welded boron steel. *JOM*. August 2018. № 70 (8). P. 1548–1553.
5. Zhang Y., Fan Y., Zhao X., Du A., Ma R., Wu J., Cao X. Influence of graphite morphology on phase, microstructure, and properties of hot dipping and diffusion aluminizing coating on flake/spheroidal graphite cast iron. *Metals*. April 2019. № 9 (4). P. 450.
6. Ramakrishnan G., Dinda P. Microstructure and mechanical properties of direct laser metal deposited Haynes 282 superalloy. *Materials Science and Engineering: A*. March 2019. № 748 (4). P. 347–356.
7. DeCost B.L., Holm E.A. A computer vision approach for automated analysis and classification of microstructural image data. *Comput. Mater. Sci*. December 2015. № 110. P. 126–133.
8. Renato F., PereiraValberto E.R. da Silva Filho, Lorena B. Moura, Arun N.K., Auzuir R. de Alexandria Automatic quantification of spheroidal graphite nodules using computer vision techniques. *J Supercomput*. September 2018. P. 1–14.
9. Campbell A., Murray P., Yakushina E., Marshall S., Ion W. New methods for automatic quantification of microstructural features using digital image processing. *Materials & Design*. 2018. № 141. P. 395–406.
10. Kwon O., Kim H., Ham M., Kim W., Kim G., Cho J., Kim N., Kim K. A deep neural network for classification of melt-pool images in metal additive manufacturing. *Journal of Intelligent Manufacturing*. October 2018.
11. DeCost B., Lei B., Francis T., Holm E. High throughput quantitative metallography for complex microstructures using deep learning: A case study in ultrahigh carbon steel. *Microscopy and Microanalysis*, 2019. № 25 (1). P. 21–29.
12. Fragassa C., Babic M., Bergmann C., Minak G. Predicting the tensile behaviour of cast alloys by a pattern recognition analysis on experimental data. *Metals*. 2019. № 9 (5). P. 557.



13. Shapovalova M.I., Vodka O.O. Image microstructure estimation algorithm of heterogeneous materials for identification their chemical composition. *IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, July 2019. Lviv, Ukraine.
14. Hua F., Yang Y., Guo D., Tong W., Z Hu – Cailiao Kexue Yu Jishu Elasto-plastic FEM analysis of residual stress in spun tube. *J. Mater. Sci. Technol.* 2004. № 20. P. 379–382.
15. Seriacopi V., Fukumasu N.K., Souza R.M., Machado I.F. Finite element analysis of the effects of thermo-mechanical loadings on a tool steel microstructure. *Engineering Failure Analysis*. March 2019. № 97. P. 383–398.
16. Park H.K., Jung J., Kim H.S. Three-dimensional microstructure modeling of particulate composites using statistical synthetic structure and its thermo-mechanical finite element analysis. *Comput. Mater. Sci.* Jan. 2017. № 126. P. 265–271.
17. Fischer C., Reichenbacher A., Metzger M., Schweizer C. Computational assessment of the microstructure-dependent thermomechanical behaviour of AlSi12CuNiMg-T7—methods and microstructure-based finite element analyses. *Advances in Mechanics of High-Temperature Materials*. 2020.
18. Vodka O.O. Processing microsection images to determine elastic characteristics of cast iron. *IEEE Ukraine SYW-2018 Congress. Student, Young Professional and Women in Engineering*. October 2018. Kyiv, Ukraine.
19. ГОСТ 3443-87 Отливки из чугуна различной формы графита. Методы определения структуры (ISO 945-75\*). [Взамен ГОСТ 3443-77]. Москва : Стандартинформ, 2005.
20. OpenCV-Python Tutorial's documentation. URL: [https://opencv-python-tutroals.readthedocs.io/en/latest/py\\_tutorials](https://opencv-python-tutroals.readthedocs.io/en/latest/py_tutorials).
21. Open source computer vision. Contour features. URL: [https://docs.opencv.org/master/dd/d49/tutorial\\_py\\_contour\\_features.html](https://docs.opencv.org/master/dd/d49/tutorial_py_contour_features.html).

**Shapovalova M.I., Vodka O.O. COMPUTER METHODS FOR CONSTRUCTING PARAMETRIC STATISTICALLY EQUIVALENT MODELS OF HIGH-STRENGTH CAST IRON MICROSTRUCTURE TO ANALYZE IT'S ELASTIC CHARACTERISTICS**

*The analysis of microstructure material is one of the important parts of the manufactured products quality control. The microstructural study allows obtaining information about the state of the material by the structure image and does not require additional equipment for testing the sample. The paper analyzes cast iron with the inclusion of spheroidal graphite. This material is widely used in mechanical engineering. Suspension axles, connecting rods, gears, shafts, braking elements are produced from ductile iron.*

*The paper proposes computer methods for constructing parametric statistically equivalent models of high-strength cast iron microstructure to analyze its elastic characteristics. The metallographic images of the material are studied using the OpenCV computer vision library. Contours of graphite inclusions are determined. Graphite is assumed to have a circular shape. The mathematical expectation and variance of the inclusions size are approximated. The dependence of the inclusions size and their concentration is found. According to this dependence, a statistically equivalent artificial microstructure of cast iron is generated. A finite element model is built to find the elastic characteristics of the material. It is accepted that ferrite is an isotropic material, and graphite has a hexagonal crystal lattice structure. The stress state is considered based on flat models.*

*Two hundred numerical experiments are carried out for 17 values of the inclusions concentration. The results obtained for elastic constants are statistically averaged. The dependences of the Poisson coefficient, elastic modulus, and displacement on the concentration of inclusions are established. To assess the reliability of decisions, the mixture rule is applied. The results of the rule applying confirm the correctness of the constructed models. However, the upper boundary of the confidence interval exceeds the upper estimate of the elastic modulus. This result arises from the complexity of the real properties of the graphite material, and also because the orientation of the main axes of graphite crystal cannot be determined. Therefore, a comparison is possible only on average and value.*

**Key words:** cast iron, microstructure, image processing, finite element method, material properties, elastic modulus.